



## ریاضی

گزینه ۲

۱

$$f(\sqrt{3} + 1) + f(\sqrt{3} - 1) = |2(\sqrt{3} + 1) - 3| + |2(\sqrt{3} - 1) - 3|$$

$$= \underbrace{|2\sqrt{3} - 1|}_{\text{مثبت}} + \underbrace{|2\sqrt{3} - 5|}_{\text{منفی}} = 2\sqrt{3} - 1 + 5 - 2\sqrt{3} = 4$$

گزینه ۳

۲

داریم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & ; x \leq 0 \\ -|x - 1| & ; x > 0 \end{cases}$$

$$x \leq 0 \Rightarrow x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 3 \geq 3$$

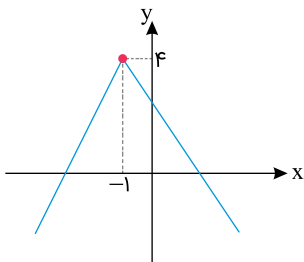
$$x > 0 \Rightarrow x - 1 > -1 \Rightarrow |x - 1| \geq 0 \Rightarrow -|x - 1| \leq 0$$

پس برد تابع  $f$  به صورت  $(-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$  می باشد و شامل اعداد صحیح  $\{1, 2\}$  نمی باشد.

گزینه ۳

۳

نمودار  $y = -2|x + 1| + 4$  را رسم می کنیم. چون ضریب قدرمطلق منفی است نمودار تابع به صورت عدد هشت می باشد.



$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x = -1 \Rightarrow y = 4$$

نقطه  $(-1, 4)$  نقطه رأس تابع قدرمطلق است.

باتوجه به اطلاعات صورت تست نمودار و خط در دو نقطه  $A$  و  $B$  متقاطعاند، بنابراین در این نقاط با یکدیگر برابرند. ابتدا ضابطه نمودار  $y = \frac{|2x|}{x}$  را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y = \frac{|2x|}{x} = \begin{cases} \frac{2x}{x} = 2 & ; x > 0 \\ \frac{-2x}{x} = -2 & ; x < 0 \end{cases}$$

نقاطی که ضابطه دو تابع با یکدیگر برابر است را به دست می‌آوریم. داریم:

$$x > 0 : 2x - 1 = 2 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} ; y = 2 ; A\left(\frac{3}{2}, 2\right)$$

$$x < 0 : 2x - 1 = -2 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} ; y = -2 ; B\left(-\frac{1}{2}, -2\right)$$

بنابراین دو نمودار و خط در نقاط  $A$  و  $B$  با مختصات ذکرشده متقاطعاند. میانگین طول نقاط  $A$  و  $B$  برابر است با:

$$\frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$|u| = \begin{cases} u & ; u \geq 0 \\ -u & ; u < 0 \end{cases} \text{ نکته:}$$

باتوجه به نکته، ضابطه تابع  $f(x)$  به صورت زیر است:

$$f(x) = |ax + b| = \begin{cases} ax + b & ; ax + b \geq 0 \\ -(ax + b) & ; ax + b < 0 \end{cases}$$

باتوجه به مطالب فوق دو خط قرینه یکدیگرند، پس برای به دست آوردن ضابطه خط دیگر، کافی است ضابطه خط داده شده را در یک منفی ضرب کنیم؛ بنابراین ضابطه خط موردنظر عبارت است از:

$$y = -(-5x + 1) = 5x - 1$$

باتوجه به ریشه‌های قدرمطلق‌ها ضابطه تابع  $f$  را در فواصل مختلف ساده می‌کنیم:

$$x \geq 1: f(x) = 2(x-1) - (2x+3) = \cancel{2x} - 2 - \cancel{2x} - 3 = -5$$

$$-\frac{3}{2} < x < 1: f(x) = -2(x-1) - (2x+3) = -2x+2 - 2x-3 = -4x-1$$

$$x \leq -\frac{3}{2}: f(x) = -2(x-1) + (2x+3) = -\cancel{2x}+2 + \cancel{2x}+3 = 5$$

پس در فواصل  $(-\infty, -\frac{3}{2}] \cup [1, +\infty)$  تابع ثابت است.

$$y = 2|x-3| + 1 = \begin{cases} 2(x-3) + 1 & ; x-3 \geq 0 \\ -2(x-3) + 1 & ; x-3 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} 2x-5 & ; x \geq 3 \\ -2x+7 & ; x < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2, b=-5 \\ c=-2, d=7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + 2b - c - 2d = 2 - 10 + 2 - 14 = -20$$

به‌خاطر بسپارید:  $\sqrt{3} \simeq 1/7$ . یادآوری:

$$|A| = \begin{cases} A & ; A \geq 0 \\ -A & ; A < 0 \end{cases}$$

$$f(\sqrt{3}-2) = |\sqrt{3}-2+1| = |\sqrt{3}-1| = \sqrt{3}-1$$

توجه داشته باشید که  $\sqrt{3}-1 \simeq 0/7$  مقداری مثبت است. به همین دلیل بدون تغییر از قدر مطلق خارج شد.

$$f(\sqrt{3}-3) = |\sqrt{3}-3+1| = |\sqrt{3}-2| = -(\sqrt{3}-2) = -\sqrt{3}+2$$

باتوجه به اینکه  $\sqrt{3}$  از ۲ کوچک‌تر است، حاصل  $\sqrt{3}-2$  عددی منفی می‌باشد، بنابراین در یک (-) ضرب شد تا به‌صورت قرینه از قدر مطلق خارج شود. اکنون می‌توانیم حاصل عبارت خواسته‌شده را تعیین کنیم.

$$f(\sqrt{3}-2) + f(\sqrt{3}-3) = \sqrt{3}-1 - \sqrt{3}+2 = 1$$

$$-\sqrt{3} \simeq -1/\sqrt{3} \Rightarrow -2 \leq -\sqrt{3} \leq 3$$

$$\xrightarrow[\text{استفاده می‌کنیم}]{\text{از ضابطه دوم}} f(-\sqrt{3}) = (-\sqrt{3})^2 - 6 = 3 - 6 = -3$$

$$20 \geq 3 \xrightarrow{\text{ضابطه سوم}} f(20) = 20$$

$$-98 < -2 \xrightarrow{\text{ضابطه اول}} f(-98) = |-98 - 2| = 100$$

$$\Rightarrow \text{کسر مطلوب} = \frac{(-3) + 3(20)}{2(100)} = \frac{57}{200}$$

$$|f(x) - 1| = 2x^2 - f(1)$$

$$\xrightarrow{x=1} |f(1) - 1| = 2(1)^2 - f(1) \Rightarrow |f(1) - 1| = 2 - f(1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1) - 1 = 2 - f(1) \Rightarrow 2f(1) = 3 \Rightarrow f(1) = \frac{3}{2} \\ f(1) - 1 = -2 + f(1) \Rightarrow -1 = -2 \quad \text{غقق} \end{cases}$$

پس داریم:

$$|f(x) - 1| = 2x^2 - \frac{3}{2} \xrightarrow{x=2} |f(2) - 1| = 2(2)^2 - \frac{3}{2} = 8 - \frac{3}{2} = \frac{13}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(2) - 1 = \frac{13}{2} \Rightarrow f(2) = \frac{15}{2} \\ f(2) - 1 = -\frac{13}{2} \Rightarrow f(2) = -\frac{13}{2} + 1 = -\frac{11}{2} \end{cases}$$

نکته: ضابطه‌های توابع پلکانی اعدادی ثابت هستند.

باتوجه به نکته همه گزینه‌ها به جز گزینه ۱ توابع پلکانی محسوب می‌شوند.

نکته: نمودار تابع چندضابطه‌ای را که در هر ضابطه، مقدار تابع عددی ثابت است تابع پلکانی می‌گویند. بنابراین تنها در گزینه ۴، مقدار تابع در ضابطه‌ها عددی ثابت است و نمودار یک تابع پلکانی است.

با توجه به صورت سؤال  $[x^2 + x] = -1$  بوده و با توجه به ویژگی های جزء صحیح محدوده قابل قبول برای  $x^2 + x$  به صورت  $-1 \leq x^2 + x < 0$  است.

$$[x^2 + x] = -1 \Rightarrow -1 \leq x^2 + x < 0$$

هر یک از طرفین نامعادله را به صورت جداگانه بررسی می کنیم.

$$1) \quad x^2 + x \geq -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 1 - 4 = -3 < 0 \\ \text{ضریب } x^2 = 1 > 0 \end{cases}$$

با توجه به این که  $\Delta < 0$  و ضریب  $x^2$  مثبت است، عبارت  $x^2 + x + 1$  همواره مثبت و نامعادله همواره برقرار است.

$$2) \quad x^2 + x < 0 \Rightarrow x(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 0$$

پس  $-1 < x < 0$  جواب نامعادله است و داریم:

$$-1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0$$

اول: اگر  $x < 0$  باشد، آنگاه  $[x] \leq -1$  است. پس عبارت  $\frac{6}{[x]}$  عددی منفی خواهد بود و جواب قابل قبول نیست.  
دوم: با شرط  $x > 0$  سؤال را حل می کنیم. اول شرط دامنه را بررسی می کنیم. مخرج  $\frac{6}{[x]}$  نباید صفر باشد، پس:

$$[x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

بنابراین  $x$  در بازه  $[0, 1)$  نباید باشد.

سوم: با شرط  $x > 0$  ( $[x] = 0$ ) می توانیم طرفین نامعادله را در  $[x]$  ضرب کنیم. داریم:

$$\frac{6}{[x]} \geq 2 \Rightarrow 2[x] \geq 6 \Rightarrow [x] \leq 3 \Rightarrow x < 4$$

چهارم: باتوجه به بازه های به دست آمده در قسمت اول تا سوم مجموعه جواب نامعادله بازه  $1 \leq x < 4$  است.

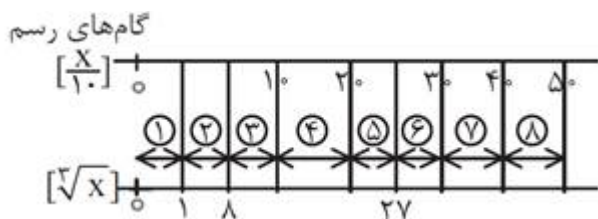
نکته: تابع پلکانی، تابعی چندضابطه‌ای است که هر ضابطه آن عدد ثابت است، بنابراین در ضابطه اول و دوم باید ضریب  $x^2$  و  $x$  را برابر با صفر قرار دهیم:

$$\text{ضابطه اول: } \begin{cases} (m+1) = 0 \Rightarrow m = -1 \\ n^2 - 1 = 0 \Rightarrow n = \pm 1 \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{ضابطه دوم: } (n-1) = 0 \Rightarrow n = 1 \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} n = 1 \Rightarrow m^2 + n = (-1)^2 + 1 = 2$$

مقادیر  $[\frac{x}{10}]$  ده واحد، ده واحد مشخص می‌شود و  $[\sqrt[3]{x}]$  به صورت مکعب کامل، مکعب کامل یعنی به ترتیب زیر هستند:



پس برای رسم  $y = [\frac{x}{10}] + [\sqrt[3]{x}]$  فاصله‌های ۱ و ۲ و ... تا ۸ را باید در نظر گرفت، یعنی هشت پاره‌خط به وجود می‌آید.

$$a_n = [n + \frac{1}{p}] - 1 \xrightarrow{n=5} a_5 = [5 + \frac{1}{p}] - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$b_n = (-1)^n n + 2 \xrightarrow{n=3} b_3 = (-1)^3 \times 3 + 2 = -3 + 2 = -1$$

$$\Rightarrow (a_5 + b_3)^2 = (4 - 1)^2 = 9$$

$$[x] - 1 + [-x] + 2 = 2x + 4 \Rightarrow [x] + [-x] = 2x + 3$$

$$x \in \mathbb{Z}: 0 = 2x + 3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ غ ق ق}$$

$$x \notin \mathbb{Z}: -1 = 2x + 3 \Rightarrow x = -2 \text{ غ ق ق}$$

$$[[-3/11]] = [3/11] = 3$$

$$[[-3/11]] = |-4| = 4 \Rightarrow \text{جواب نهایی} = 3 + 4 = 7$$

اعداد داده شده را در ضابطه تابع قرار می‌دهیم:

$$f(x) = 2[x] + [-x]$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{1}{p}\right) + f\left(\frac{3}{p}\right) = (2\left[-\frac{1}{p}\right] + [-(-\frac{1}{p})]) + (2\left[\frac{3}{p}\right] + [-\frac{3}{p}])$$

$$-1 < -\frac{1}{p} < 0 \Rightarrow \left[-\frac{1}{p}\right] = -1, \quad 0 < \frac{1}{p} < 1 \Rightarrow \left[\frac{1}{p}\right] = 0$$

$$-2 < -\frac{3}{p} < -1 \Rightarrow \left[-\frac{3}{p}\right] = -2, \quad 1 < \frac{3}{p} < 2 \Rightarrow \left[\frac{3}{p}\right] = 1$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{1}{p}\right) + f\left(\frac{3}{p}\right) = (2 \times (-1) + 0) + (2 \times 1 + (-2)) = -2 + 0 = -2$$

## زمین شناسی

گزینه ۱

۲۱

منابع معدنی پس از شناسایی توسط زمین‌شناسان، از معدن استخراج و پس از فرآوری، به کالاهای مورد نیاز تبدیل می‌شوند.

گزینه ۱

۲۲

به گروهی از کانی‌ها که در آن یک فلز ارزشمند اقتصادی وجود دارد، کانه اطلاق می‌شود؛ مانند مگنتیت که از آن آهن و یا گالن که از آن سرب استخراج می‌شود.

گزینه ۳

۲۳

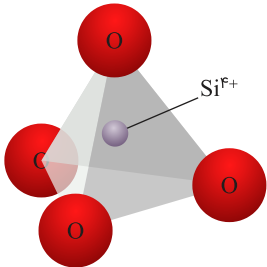
در بین گزینه‌های داده شده، پیریت، کالکوپیریت و گالن، سولفیدی (دارای یون سولفید) هستند؛ بنابراین گزینه ۳ بیشترین تعداد کانی‌های سولفیدی را دارد.

گزینه ۳

۲۴

به گروهی از کانی‌ها که در آن یک فلز ارزشمند اقتصادی وجود دارد، کانه اطلاق می‌شود. مانند مگنتیت که از آن آهن و یا گالن که از سرب استخراج می‌شود. برخی از کانه‌ها به صورت آزاد هم یافت می‌شوند: مانند طلا، نقره و مس.

کانی‌ها، بر اساس ترکیب شیمیایی به دو گروه سیلیکات‌ها و غیر سیلیکات‌ها رده‌بندی می‌شوند. سیلیکات‌ها کانی‌هایی هستند که بیش از ۹۰ درصد از پوسته زمین را تشکیل می‌دهند و در ترکیب شیمیایی خود، بنیان سیلیکاتی ( $\text{SiO}_4^{4-}$ ) دارند. کانی‌های سیلیکاتی در سنگ‌های آذرین، رسوبی و دگرگونی یافت می‌شوند. کانی‌های غیرسیلیکاتی، گروهی از کانی‌ها هستند که در ترکیب خود، فاقد بنیان سیلیکاتی هستند. این کانی‌ها نیز در انواع سنگ‌ها یافت می‌شوند.



برخی عناصر را به شکل کانسنگ گرمابی در داخل شکستگی‌های سنگ‌ها به صورت رگه‌های معدنی می‌توان یافت؛ مانند: رگه فلز طلا

پگماتیت می‌تواند کانسار مهمی برای بعضی عناصر خاص مانند لیتیم و بعضی کانی‌های گوهری مانند زمرد یا کانی‌های صنعتی مانند مسکوویت (طلق نسوز) باشد.

در پوسته زمین، به ازای هر ۱۰۰ متر افزایش عمق، ۳ درجه سانتی‌گراد دما افزایش می‌یابد. به این تغییرات دما در پوسته زمین، شیب زمین گرمایی می‌گویند.

$$1700 - 1000 = 700$$

$$700 = 7 \times 100$$

$$7 \times 3 = 21$$

آهم فقط در کانسنگ ماگمایی یافت می‌شود.

مراحل اکتشاف یک معدن به ترتیب شامل: بررسی نقشه و بازدید صحرایی، بررسی‌های ژئوفیزیکی، حفاری و نمونه‌برداری، مطالعات آزمایشگاهی و در نهایت تعیین ذخیره و عیار ماده معدنی است.



در اولین مرحله اکتشاف، زمین‌شناسان با بررسی نقشه‌های زمین‌شناسی و بازدید صحرایی، مناطقی را که احتمال تشکیل ذخایر معدنی در آن وجود دارد، شناسایی می‌کنند. برای مثال زمین‌شناسان می‌دانند که ذخایر زغال‌سنگی را همواره باید در سنگ‌های رسوبی جستجو کرد و یا اینکه آب‌وهوای گرم و خشک، مستعد تشکیل سنگ رسوبی تبخیری مانند گچ، نمک و ژئوپس است. در مرحله بعد، آن‌ها با آگاهی از ویژگی‌های فیزیکی کانسنگ‌ها، مانند خواص مغناطیسی کانسنگ، رسانایی الکتریکی سنگ‌ها، تغییرات میدان گرانش زمین و... با کمک روش‌های ژئوفیزیکی، ذخایر زیرسطحی و پنهان را شناسایی می‌کنند. پس از مشخص شدن موقعیت تقریبی یک توده معدنی در زیر زمین، حفاری با دستگاه‌های پیشرفته و نمونه‌برداری از عمق، تا حدی که ماده معدنی وجود دارد، انجام می‌گیرد.

شناسایی ذخایر به روش‌های ژئوفیزیکی از طریق ویژگی‌های فیزیکی سنگ‌ها مانند خواص مغناطیسی کانسنگ، رسانایی الکتریکی سنگ‌ها و تغییرات میدان گرانش زمین انجام می‌شود.

عنصر مس در کانسنگ آن کمتر از ۱ درصد (۰،۰۱) است؛ بنابراین برای تبدیل به ppm باید در عدد ۱۰ به توان ۶ ضرب کنیم که می‌شود ده هزار ppm.

برای حل این سؤال، تسلط بر روی دو تعریف زیر ضروری است:  
الف) کانه: به گروهی از کانی‌ها که در آن یک فلز ارزشمند اقتصادی وجود دارد، کانه می‌گویند.  
ب) کانه‌آرایی: به جداسازی کانی‌های مفید اقتصادی از باطله کانه‌آرایی می‌گویند.  
برخی از کانه‌ها مثل طلا، مس و نقره به صورت آزادانه یافت می‌شوند و به کانه‌آرایی نیاز ندارند.

یاقوت غیرسیلیکاتی و بقیه گوهرها سیلیکاتی‌اند.

الماس گوهری با ترکیب کربن خالص است که در دما و فشار بسیار زیاد، در گوشته تشکیل می‌شود. این کانی سختی ۱۰ دارد و افزون بر استفاده گوهری، در ساینده‌ها نیز کاربرد دارد.

در تهیه ساینده‌ها از کانی‌هایی استفاده می‌شود که سختی (در برابر سایش) بالایی دارند. الماس دارای سختی ۱۰ و کربنوم دارای سختی ۹ در مقیاس موهس هستند.

زمین‌شناسی اقتصادی: زمین‌شناسی که در موضوع زمین‌شناسی اقتصادی تخصص دارند، با بهره‌گیری از اصول زمین‌شناسی و پراکندگی عناصر در پوسته زمین، به دنبال مکان‌هایی هستند که در آن ذخایر معدنی ارزشمند مانند مس، آهن، طلا، نقره، الماس و دیگر گوهرها و... قرار دارند یعنی به دنبال بی‌هنجاری مثبت فلزات و ذخایر معدنی می‌گردند.

شیل و سنگ گچ، به‌عنوان پوش‌سنگ مناسب، ماسه‌سنگ و سنگ آهک به‌عنوان سنگ مخزن مناسب و تاقدیس به‌عنوان ساختار زمین‌شناسی مناسب برای تشکیل تله نفتی هستند.

آنتراسیت‌ها در اثر چین‌خوردگی ایجاد می‌شوند و نفت‌گیر تاقدیسی هم نوعی چین‌خوردگی دارد.

